Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

Semester: Wintersemester 2021/2022

FSP-Teilprüfung: Mathematik W2

Datum: 30.11.2021

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

Bestimmen Sie unter der Nebenbedingung $\ln(x)+\ln(y)=1$ sämtliche Minima und Maxima von $f(x,y)=2\cdot e\cdot x+2\cdot y,\ \mathbb{D}_{f_x}=\mathbb{R}^{>0},\ \mathbb{D}_{f_y}=\mathbb{R}^{>0}$ *(12 Punkte)*.

Aufgabe 2

Kreuzen Sie jeweils das Feld mit der einzigen richtigen Antwort an.

- 1 Punkt für jede richtige Antwort,
- 0 Punkte für jede falsche bzw. fehlende Antwort.

a)	$z(x,y)=x-y\rightarrow\max!$ mit den Nebenbedingungen $x\geq 0, y\geq 0, x\leq 3, y\leq 4$ hat:			
	$P_{\max}(0\vert 0)$ ☐	$P_{\max}(0\vert 4)$ ☐	$P_{\max}(3\vert 0)$ ☐	$P_{\max}(3\vert 4)$ ☐
b)	$f(x)=x\cdot e^x \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ ist die erste Ableitung von:			
	$x\cdot e^x-e$ ☐	$(x-1)\cdot e^x+e$ ☐	$(x+1)\cdot e^x$ ☐	$(1-x)\cdot e^x-e$ ☐
c)	Mittlere negative Korrelation von X und Y: Was ist der maximal mögliche Wert des Bestimmtheitsmaßes?			
	$0{,}5$ ☐	$0{,}64$ ☐	$0{,}8$ ☐	$0{,}25$ ☐
d)	Wenn $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=g\neq 0$ ist mit $a,b,c,d\in\mathbb{R}$, dann ist $\begin{vmatrix} 2\cdot b & 3\cdot a \\ 2\cdot d & 3\cdot c \end{vmatrix}=$			
	$-6\cdot g$ ☐	$5\cdot g$ ☐	$6\cdot g$ ☐	$2\cdot g$ ☐
e)	Bei welcher geordneten Urliste gilt $x_{\text{med}}=\bar{x}$?			
	1, 2, 3, 4 ☐	1, 1, 1, 2 ☐	1, 1, 1, 3 ☐	1, 1, 2, 3 ☐
f)	$f(x)=-\ln(x)+2 \quad \mathbb{D}_f=\left]0;\infty\right[$ hat ein lokales Maximum an:			
	$x_{\max}=1$ ☐	$x_{\max}=\ln 2$ ☐	$x_{\max}=0{,}5$ ☐	keines ☐

g)	$A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ -6 & 15\end{pmatrix}$ und $B=\begin{pmatrix}1 & 4\end{pmatrix}$. Was kann man hier berechnen?			
	$A\cdot B$ ☐	$A^T\cdot B$ ☐	$B\cdot A$ ☐	$B^T\cdot A$ ☐
h)	Für $f(x)=2^x-x^2,\ \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ gilt beim Newton-Verfahren mit $x_0=-1$:			
	$x_1\approx -0{,}8769$ ☐	$x_1\approx -0{,}7869$ ☐	$x_1\approx -0{,}8796$ ☐	$x_1\approx -0{,}7896$ ☐
i)	Für welche Funktion gilt $f'(x)=1/f(x)$?			
	$f(x)=1$ ☐	$f(x)=\dfrac{2^x}{\ln 2}$ ☐	$f(x)=e^{-x}$ ☐	$f(x)=\sqrt{2}\cdot\sqrt{x}$ ☐
j)	Welches LGS hat unendlich viele Lösungen?			
	$\left(\begin{array}{cc\|c}1 & e & 1/e\\ e & e^2 & 1\end{array}\right)$ ☐	$\left(\begin{array}{cc\|c}1 & e & 0\\ e & e^2 & 1\end{array}\right)$ ☐	$\left(\begin{array}{cc\|c}1 & e & 1\\ e & e^2 & 0\end{array}\right)$ ☐	$\left(\begin{array}{cc\|c}e & e^2 & 1/e\\ 1 & e & 1\end{array}\right)$ ☐
k)	Welche Funktion hat an der Stelle $x_0=1$ die Tangente $y=0$?			
	$f(x)=x^2-1$ ☐	$f(x)=(x-1)^2$ ☐	$f(x)=(x+1)^2$ ☐	$f(x)=x^2+1$ ☐
l)	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{\ln(x)}$			
	1 ☐	$-\infty$ ☐	0 ☐	∞ ☐

(12 Punkte)

Aufgabe 3

a) Bestimmen Sie die Inverse der Matrix A (mit Lösungsweg):

$A=\begin{pmatrix}3 & 1 & -6\\ 0 & 1 & 3\\ 9 & 10 & 1\end{pmatrix}$ *(6 Punkte)*.

b) Für welchen Wert $t\in\mathbb{R}$ hat die Determinante von $B=\begin{pmatrix}-t & 4\cdot t\\ 1 & t\end{pmatrix}$ ihren maximalen Wert? *(3 Punkte)*

c) Wir haben $C=\begin{pmatrix}11 & 4 & 7\\ 7 & 4 & 11\end{pmatrix}$ und $D=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 1 & 1\\ 5 & 1\end{pmatrix}$. Berechnen Sie $3\cdot C\cdot D$ *(3 Punkte)*.

Aufgabe 4

a) Ermitteln Sie die erste Ableitung von $f(x)=\left(4\cdot e^{-5\cdot x^2}\right)^3 \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ *(2 Punkte)*.

b) Ermitteln Sie für $f(x)=e^{x-1}+x^2 \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ die Tangentengleichung an der Stelle $x_0=1$ *(3 Punkte)*.

c) Bestimmen Sie alle Wendepunkte und Krümmungsbereiche von $f(x)=-\frac{1}{4}\cdot x^3+\frac{3}{2}\cdot x^2+1 \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ *(4 Punkte)*.

d) Die Gesamtnachfragefunktion von Gut X ist $X^{NG}(p_x)=200-p_x \quad \mathbb{D}_X=[0,200]$, und der aktuelle Preis ist $p_{x0}=80€$. Bestimmen Sie die Preiselastizität der Nachfrage. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis *(3 Punkte)*.

Aufgabe 5

a) Beim 20maligen Werfen von drei sechsseitigen Würfeln gab es folgende Punktzahlen:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
11	7	9	9	5	11	6	11	11	7
x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}
9	11	10	5	12	15	6	13	5	14

a1) Die 20 Beobachtungswerte werden jetzt auf vier gleiche breite Klassenintervalle der 16 Merkmalsausprägungen $(a_1=3, a_2=4, \ldots, a_{16}=18)$ verteilt. Bestimmen Sie die Klassenmitten *(1 Punkt)*.

Klassenintervall	**Klassenmitte**
3 - 6	
7 - 10	
11 - 14	
15 - 18	

a2) Bestimmen Sie für die <u>klassierten Beobachtungswerte</u>

a21) den Median *(1 Punkt)*,

a22) das arithmetische Mittel *(1 Punkt)*,

a23) die Varianz *(1 Punkt)*.

b) Im Wintersemester 2020/2021 hatten die Studierenden des W2-Kurses folgende FSP-Noten in den Prüfungsfächern „Mathematik&Informatik“ sowie „VWL&BWL“.

	Student 1	**Student 2**	**Student 3**	**Student 4**	**Student 5**	**Student 6**	**Student 7**
Mathe&Info	2,7	2,3	3,3	5,0	3,3	2,0	4,0
VWL&BWL	3,3	3,3	4,0	4,0	3,7	3,7	5,0

	Student 8	**Student 9**	**Student 10**	**Student 11**	**Student 12**	**Student 13**
Mathe&Info	2,0	3,7	5,0	5,0	3,3	1,7
VWL&BWL	2,7	3,3	4,0	5,0	2,3	3,0

Hinweise:

- durchschnittliche FSP-Note in „Mathematik & Informatik“: 3,3308
- durchschnittliche FSP-Note in „VWL & BWL“: 3,6385
- Standardabweichung der FSP-Note in „Mathematik&Informatik“: 1,1079
- Standardabweichung der FSP-Note in „VWL&BWL“: 0,7611
- Rechnen Sie bei den Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau.

b1) Geben Sie an, welche Art von Korrelation zwischen den FSP-Noten in „Mathematik&Informatik“ sowie in „VWL&BWL“ im Wintersemester 2020/2021 bestand (mit Lösungsweg). Interpretieren Sie Ihr Ergebnis *(5 Punkte)*.

b2) Bestimmen Sie die Regressionsgerade *(3 Punkte)*.